Universidade Federal do Paraná
Departamento de Engenharia Química

TÓPICOS DOS CONHECIMENTOS BÁSICOS NO ESTUDO DE TROCADORES DE CALOR

..

Capa: http://www.apv.com/us/eng/products/heatexchangers/Heat+exchangers.htm

Prof. Paul Fernand Milcent

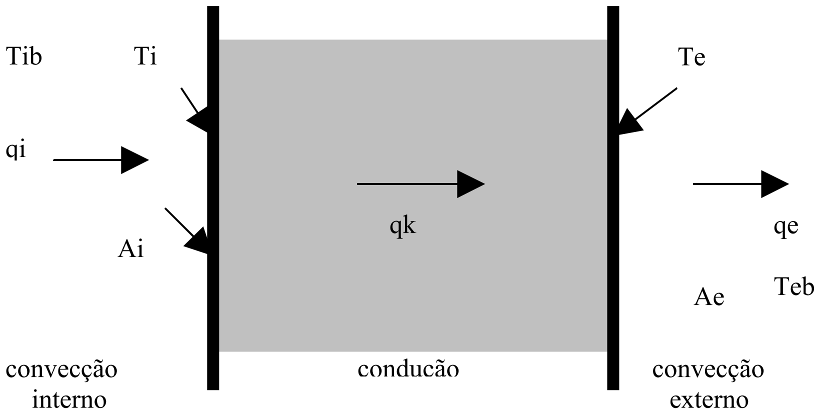
Primeira edição: Segundo semestre de 2007.
Primeira tiragem: 70 exemplares.

SUMÁRIO

[1]*A natureza nos dá a capacidade de sermos virtuosos. Tal capacidade se aperfeiçoa pelo hábito.*

DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE GLOBAL

Nos trocadores de calor convencionais, uma parede separa dois fluidos. Em tais casos temos transferência de calor por convecção nos dois lados da parede e transferência de calor por condução pelo seu interior.
Esquematizemos um trecho de parede de um trocador, considerando que a região mais quente é a região "interna":



Na figura acima chamamos:

q = taxa de transferência de calor
T = temperatura
A = área da face

Os índices empregados significam:

i = interno
e = externo
k = condução pela parede
b = "bulk", no seio do fluido

---

[2]*Toda arte e toda investigação, bem como toda ação e toda escolha, visam a um bem qualquer; e por isso foi dito, não sem razão, que o bem é aquilo a que as coisas tendem.*

Quando temos mais de uma etapa de transferência de calor envolvida, é instrumento facilitador dos cálculos empregar-se um coeficiente de transferência dito global ou integral. A fórmula que permite calcular tal coeficiente varia com as características do problema envolvido, porém a equação é deduzida de modo que sempre seja verdadeira a expressão:

$$q_{TOTAL} = AU\Delta T$$

Onde:

q_{TOTAL} = calor total transferido
U = coeficiente global de transferência de calor, tal como é definido
A = área de troca de referência, empregada na dedução de U
ΔT = diferença de temperatura representativa entre o fluido quente e o fluido frio

A forma da expressão do coeficiente global depende da forma das expressões das taxas de transferência para cada um dos mecanismos envolvidos.

Transferência de calor por condução

Consideremos que: a transferência de calor se dá por um tubo; é unidirecional pelo raio; regime permanente; sem geração de calor na parede. Sob tais condições se emprega a lei de Fourier:

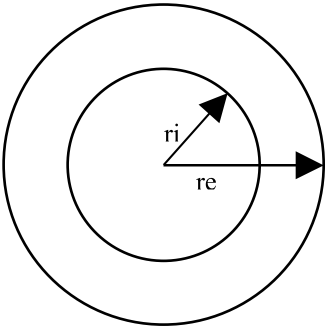
$$q_k = -kA\frac{dT}{dr}$$

Onde

q_k = taxa de transferência de calor por condução
k = um coeficiente de transferência por condução (condutividade térmica)
r = raio do tubo

Observe que a transferência de calor ocorre da região de maior temperatura para a de menos temperatura. Desta forma, dT é negativo. Observe também que a área normal ao sentido do escoamento de calor depende do raio.

[3]*Se há somente um fim absoluto, será esse o que estamos procurando; e se há mais de um, o mais absoluto de todos será o que estamos buscando.*



Efetuando a simplificação de que a condutividade térmica é constante com a temperatura, podemos encontrar a expressão finita da taxa de transferência de calor por condução através de um tubo.

$$q_k = -k(2\pi rL)\frac{dT}{dr}$$

Onde L é o comprimento total do tubo

$$q_k \int_i^e \frac{dr}{r} = -k2\pi L \int_i^e dT$$

$$q_k \ln\left(\frac{re}{ri}\right) = -k2\pi L(Te - Ti)$$

$$q_k \frac{-2\pi Lk(Te - Ti)}{\ln\left(re/ri\right)}$$

[4]*Chamamos de absoluto e incondicional aquilo que é sempre desejável em si mesmo e nunca no interesse de outra coisa.*

Transferência de calor por convecção

O coeficiente de transferência de calor por convecção é definido de modo que a expressão abaixo seja verdadeira:

$$q_{CONVECÇÃO} = hA\Delta T$$

Onde

$q_{CONVECÇÃO}$ = taxa de transferência de calor por convecção
h = coeficiente de transferência de calor por convecção

Desta forma, para cada uma das faces, as expressões são:

$$q_i = h_i A_i (T_{ib} - T_i)$$

$$q_e = h_e A_e (T_e - T_{eb})$$

O sinal das expressões é trocado caso o calor siga sentido inverso.

Dedução do coeficiente global de transferência de calor para tubo

A diferença de temperatura total entre o fluido quente e o frio é igual a somatória das diferenças de temperatura em cada setor do sistema considerado:

$$\Delta T_{TOTAL} = \sum \Delta T_{PARCIAIS}$$

Assim

$$\Delta T_{TOTAL} = (Tib - Ti) + (Ti - Te) + (Te - Teb)$$

Já vimos também que

$$\Delta T_{TOTAL} = \frac{q_{TOTAL}}{A_J U_J}$$

[5] *A finalidade da vida política é o melhor dos fins e o principal empenho da política é fazer com que os cidadãos sejam bons e capazes de nobres ações.*

Onde:

U_J = coeficiente global de troca térmica empregando uma dada área de referência
A_J = área de referência

Associando estas duas últimas equações com aquelas das transferências de calor por condução e convecção, obtemos:

$$\Delta T_{TOTAL} = \frac{q_{TOTAL}}{A_J U_J} = \frac{qi}{hiAi} + \frac{qk \ln\left(re/ri\right)}{2\pi Lk} + \frac{qe}{heAe}$$

Mas o regime é permanente. Não há acúmulo de calor em nenhum setor do sistema considerado. Desta forma, a taxa de transferência de calor é a mesma em cada setor e igual a taxa global de transferência. Simplificando portanto temos:

$$\frac{1}{A_J U_J} = \frac{1}{hiAi} + \frac{\ln\left(re/ri\right)}{2\pi Lk} + \frac{1}{heAe}$$

Em geral, a área adotada como referência é a área externa dos tubos

$$A_J = Ae = 2\pi r_e L$$

A expressão do coeficiente global de transferência de calor então se torna:

$$\frac{1}{U_e} = \frac{2\pi r_e L}{h_i 2\pi r_i L} + \frac{2\pi r_e L \ln\left(re/ri\right)}{2\pi Lk} + \frac{2\pi r_e L}{h_e 2\pi r_e L}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{r_e}{h_i r_i} + \frac{r_e \ln\left(re/ri\right)}{k} + \frac{1}{h_e}$$

Dedução do coeficiente global de transferência de calor para parede plana

---

[6]*Parece que o homem verdadeiramente político é aquele que estudou a virtude acima de todas as coisas, visto que ele deseja tornar os cidadãos, homens bons e obedientes às leis.*
[7]*Tornamo-nos virtuosos praticando a virtude.*

Para a expressão da taxa de transferência de calor por condução, partimos da lei de Fourier:

$$q_k = -kA\frac{dT}{dx}$$

Onde x é a espessura da parede

Numa parede plana não aletada, a área de transferência é uma constante. A área de transferência interna é igual a área de transferência externa. A equação acima quando integrada, assume a forma:

$$q_k = -kA\frac{(Te - Ti)}{x}$$

As expressões para a transferência de calor por convecção permanecem as mesmas.

$$q_i = h_i A(T_{ib} - T_i)$$

$$q_e = h_e A(T_e - T_{eb})$$

A metodologia da dedução igualmente não se altera.

$$\Delta T_{TOTAL} = (Tib - Ti) + (Ti - Te) + (Te - Teb)$$

$$\frac{q_{TOTAL}}{AU} = \frac{qi}{hiA} + \frac{q_k x}{kA} + \frac{qe}{heA}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{hi} + \frac{x}{k} + \frac{1}{he}$$

Coeficiente global de transferência de calor para parede plana bimetálica

[8] *Os legisladores tornam bons os cidadãos por meio de hábitos que lhes incutem.*

Normalmente a parede de um trocador de calor é constituída por um só material. Pode ser oportuno no entanto, que se empregue uma parede bimetálica, cada uma mais adequada a ficar em contato com o fluido existente em um dado lado da parede. De forma análoga pode ser tecnicamente interessante revestir uma parede metálica com uma cobertura plástica, por exemplo, para evitar corrosão.
Cada camada apresentará uma resistência à passagem do calor por condução. Cada uma delas terá uma determinada condutividade térmica. Se pode deduzir que em tais casos, a expressão do coeficiente global de transferência de calor toma a forma:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{hi} + \frac{x_1}{k_1} + \frac{x_2}{k_2} + \frac{1}{he}$$

Fator de incrustação (fouling)

Quando o trocador de calor vem de fábrica é de se esperar que suas superfícies tenham camada oxidada fina, óleo e outros empecilhos à transferência de calor que não existiriam se a superfície metálica fosse lisa e limpa.
Como veremos posteriormente nesta disciplina, quando o trocador entra em operação, a camada de impurezas diversas aumenta com o tempo, aumentando a resistência à passagem do calor. Com o aumento da espessura das películas resistivas, a taxa de transferência de calor vai gradualmente diminuindo e a diferença de temperatura entre os fluidos aumentando. O trocador de calor vai se tornando ineficiente. Se a resistência adicional não for considerada; se o trocador não for algo superdimensionado, este nunca trabalhará dentro das especificações desejadas. O superdimensionamento é feito de forma arbitrária de modo que haja um tempo razoável de operação entre as paradas para limpeza e manutenção.
A literatura especializada traz resistências de incrustação (fatores de incrustação sugeridos) (Ri) A tabela abaixo traz exemplos de valores sugeridos para este parâmetro.

FLUIDO	R_i (m^2K/W)
Água de alimentação de caldeira tratada	0,0002
Líquidos refrigerantes	0,0002
Óleo combustível	0,0009
Água de rio	0,0002 a 0,001

Como vimos, a resistência da incrustação (fator de incrustação) é uma resistência à passagem de calor, dada por exemplo em $m^2.K/W$

Para efeitos dedução do coeficiente global, a resistência da incrustação funciona como o inverso de um coeficiente de transferência de calor por convecção. Isto apesar do fato de sabermos que o mecanismo provável de transferência de calor pela sujeira ser o de condução. Desta forma:

$$Ri = \frac{1}{hs}$$

$$q_S = Ah_S \Delta T_S$$

Onde

q_S = taxa de transferência de calor pela incrustação
A = área original antes da incrustação (observe que a área de transferência após a incrustação é variável e não conhecida)
h_S = coeficiente de incrustação (scale coefficient) W/m^2.ºC
ΔT_S = diferença de temperatura através da incrustação

Dedução do coeficiente global de transferência de calor para parede plana com sujeira em ambas as faces

As equações de transferência são:

$$q_i = h_i A(T_{ib} - T_{si})$$

$$q_{Si} = h_{Si} A(T_{Si} - T_i)$$

$$q_k = -kA\frac{(Te - Ti)}{x}$$

$$q_{Se} = h_{Se} A(T_e - T_{Se})$$

$$q_e = h_e A(T_{Se} - T_{eb})$$

A metodologia da dedução não se altera.

[9] *A natureza nos dá a capacidade de sermos virtuosos. Tal capacidade se aperfeiçoa pelo hábito.*

$$\Delta T_{TOTAL} = (Tib - Tsi) + (Tsi - Ti) + (Ti - Te) + (Te - Tse) + (Tse - Teb)$$

$$\frac{q_{TOTAL}}{AU} = \frac{q_I}{h_I A} + \frac{q_{SI}}{h_{SI} A} + \frac{q_K x}{kA} + \frac{q_{SE}}{h_{SE} A} + \frac{q_E}{h_E A}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_I} + \frac{1}{h_{SI}} + \frac{x}{k} + \frac{1}{h_{SE}} + \frac{1}{h_E}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_I} + R_{II} + \frac{x}{k} + R_{IE} + \frac{1}{h_E}$$

Magnitude do coeficiente de transferência e sua influência no coeficiente global

A tabela abaixo dá uma idéia da ordem de magnitude dos coeficientes de transferência de calor para escoamentos sem mudança de fase.

	h ($W/m^2.K$)
convecção natural de gases	5 a 25
gases escoando	10 a 250
líquidos não metálicos escoando	100 a 10.000

Pela tabela acima observa-se que o coeficiente de transferência de calor para líquidos é muito maior do que para gases.

Exemplo A - Determine o coeficiente global de transferência de calor para transferência líquido-líquido através de placa plana de aço de espessura de 3mm. Dados: hi = 1800 $W/m^2.K$; he = 1250 $W/m^2.K$; Rii = 0,0002 $m^2.K/W$; Rie = 0 ; k = 50 W/m.K. (resposta: ≅ 617 $W/m^2.K$)

Resolvendo o exemplo A, você observará que a resistência à transferência de calor imposta pela parede é bem baixa. Isto explica o fato de que alguns autores eventualmente a desprezem nos cálculos.

[10]*Esse é o propósito de todos os legisladores e quem não consegue alcançar tal meta, falha no desempenho de sua missão e é exatamente neste ponto que reside a diferença entre a boa e a má constituição.*

Exemplo B - Resolva o exemplo anterior, substituindo um dos líquidos escoando por um gás. Dado: he = 50 W/m^2.K (resposta: ≅ 48 W/m^2.K)

Com este exemplo você observou a forte influência do coeficiente do gás na redução do coeficiente global

Pode-se contornar tal inconveniente, aumentando a área de troca no lado do gás com a adição de aletas. Observe que a expressão da taxa de transferência de calor por condução para o lado do gás é:

$$q_G = h_G . A_G . \Delta T_G$$

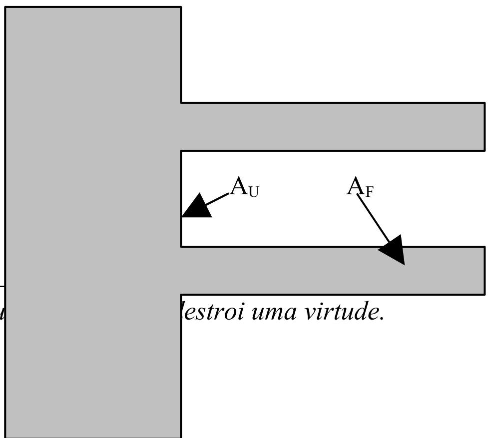
Assim um valor baixo de h_G pode ser compensado por um aumento de A_G.

Superfícies estendidas

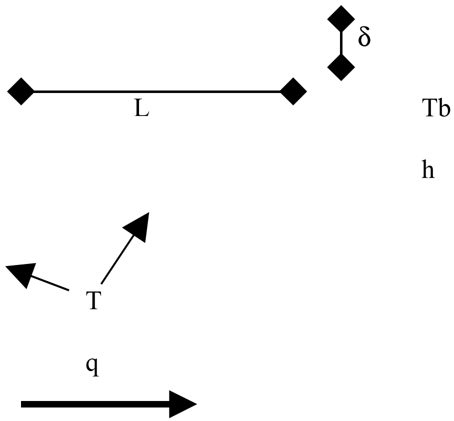
Pelo visto acima, um trocador de calor aletado pode ser usado quando um dos fluidos é um gás e/ou para torná-lo mais compacto. O material de construção da aleta deve ter condutividade térmica alta para minimizar a diferença de temperatura existente entre sua base e sua extremidade. A aleta é dita plana caso esteja fixada numa superfície plana. É dita anular se fixa numa superfície tubular. A princípio, uma dada superfície pode ser aletada em ambas as faces. As aletas podem ser dos mais diferentes formatos. Como exemplo, o radiador de automóvel é um trocador de calor aletado compacto. Igualmente são aletados o motor da motocicleta e os tubos do sistema de ar condicionado.

Dedução do coeficiente global de troca térmica para trocadores com superfícies estendidas.

Consideremos a título de exemplo uma parede plana estendida com aletas longitudinais retas de altura L e seção transversal constante.



[11]*É pela ação qu* *lestroi uma virtude.*



Onde:

Au = superfície total não aletada.
Af = superfície total das aletas (fin).
Tb = temperatura no seio do fluido envolvente.
T = temperatura da parede. Devido a alta condutividade dos metais, espera-se que esta temperatura seja aproximadamente a mesma na parede e na aleta.
h = coeficiente de transferência de calor por convecção, caso o calor se transferisse totalmente em direção normal à parede. Coeficiente para superfície não aletada.
q = calor transferido.
L = altura da aleta.
δ = espessura da aleta.

Desta forma,

$$\Delta T = T - T_B$$

q total = q transferido pelas aletas + q transferido pela parte não aletada

Para levar em conta o escoamento não inteiramente normal do calor, definamos uma eficiência da aleta:

η_F = eficiência da aleta.

[12]*Alguns homens se tornam temperantes e amáveis, outros intemperantes e irascíveis, portando-se de um ou de outro modo nas mesmas circunstâncias.*

Assim temos:

$$q = A_F \eta_F h_F \Delta T + A_U h_U \Delta T$$

e consideraremos

$$h_F = h_U = h$$

Chamando

A = área total

é fácil ver que

$$A_U = A - A_F$$

Podemos então escrever

$$q = h\Delta T(A_F \eta_F + A_U) = Ah\Delta T\left(\frac{A_F}{A}\eta_F + \frac{A - A_F}{A}\right)$$

$$q = Ah\Delta T\left[1 - (1 - \eta_F)\frac{A_F}{A}\right]$$

O termo entre colchetes pode ser chamado de eficiência global da superfície aletada.(η_O). A expressão da transferência de calor por convecção a partir de uma superfície aletada fica então:

$$q = \eta_O . h . A . \Delta T$$

A princípio a eficiência da aleta depende de sua forma e a eficiência global, do tamanho desta aleta e do número de aletas em relação a superfície coberta. Equações que exprimem a eficiência de aletas de formatos mais comuns, provavelmente podem ser encontradas em livros de transferência de calor. Vide por exemplo, o de Incropera e Dewitt. Gráficos para uso simplificado também estão disponíveis. Para a aleta em questão, a seguinte expressão é válida:

---

[13] *Para explicar as coisas invisíveis, devemos recorrer à evidência das coisas sensíveis.*

$$\eta_F = \frac{\tanh(m.L)}{m.L}$$

$$m = \sqrt{\frac{2.h}{\delta\ .k_F}}$$

Onde

tanh( ) = tangente hiperbólica.
k_F = condutividade térmica da aleta.

Expressão do coeficiente global de troca térmica para uma superfície tubular aletada em ambas as faces

Pelo que acabamos de ver, a expressão abaixo pode ser deduzida.

$$\frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{U_J A_J} = \frac{1}{\eta_{OE} h_E A_E} + \frac{\ln\left(re/ri\right)}{2\pi Lk} + \frac{1}{\eta_{OI} h_I A_I}$$

Dedução do coeficiente global de troca térmica para trocadores de calor aletados e incrustados em ambas as faces das paredes; superfície tubular.

As equações de transferência são:

$$q_I = \eta_{OI} h_I A_I \left(T_{BI} - T_{SI}\right)$$

$$q_{SI} = \eta_{OI} h_{SI} A_I \left(T_{SI} - T_I\right)$$

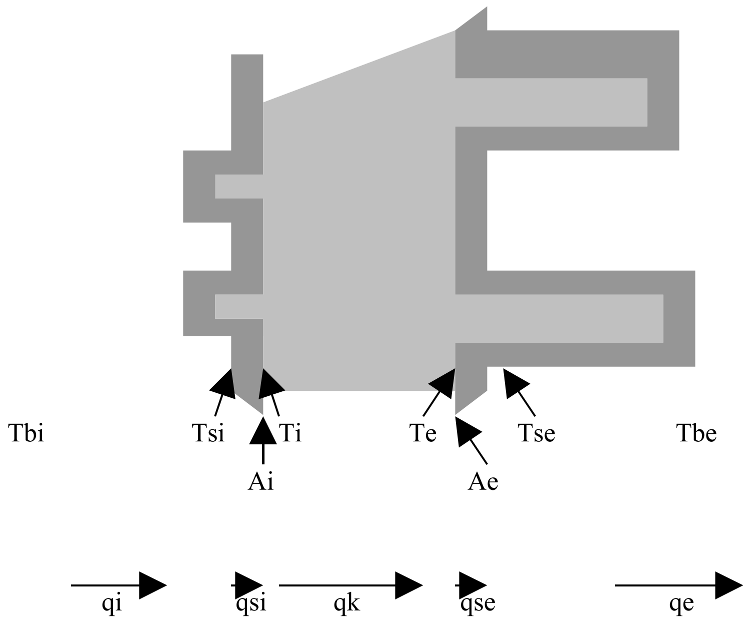
$$q_K = \frac{2\pi\ .L.k.(T_I - T_E)}{\ln r_E/r_I}$$

$$q_{SE} = \eta_{OE} h_{SE} A_E \left(T_E - T_{SE}\right)$$

---

[14]*O homem que tem medo de tudo e de tudo foge, não enfrentando nada, torna-se um covarde; e de outro lado, o homem que não teme absolutamente nada e enfrenta todos os perigos, torna-se temerário.*

$$q_E = \eta_{OE} h_E A_E (T_{SE} - T_{BE})$$



A diferença de temperatura total é a soma das diferenças de temperatura parciais.

$$\Delta T = -[(T_{BE} - T_{SE}) + (T_{SE} - T_E) + (T_E - T_I) + (T_I - T_{SI}) + (T_{SI} - T_{BI})]$$

Substituindo:

$$\Delta T = \frac{q_{total}}{A_J U_J} = \frac{q_I}{\eta_{OI} h_I A_I} + \frac{q_{SI}}{\eta_{OI} h_{SI} A_I} +$$

---

[15]*As virtudes são destruídas pelo excesso e pela deficiência e preservadas pela mediania.*

$$+\frac{q_K \ln\left(r_E / r_I\right)}{2\pi .L.k}+\frac{q_{SE}}{\eta_{OE} h_{SE} A_E}+\frac{q_E}{\eta_{OE} h_E A_E}$$

Mas o calor transferido é o mesmo em cada setor e igual ao calor total transferido.

$$\frac{1}{A_J U_J}=\frac{1}{\eta_{OI} h_I A_I}+\frac{R_{II}}{\eta_{OI} A_I}+\frac{\ln\left(r_E / r_I\right)}{2\pi .L.k}+\frac{R_{IE}}{\eta_{OE} A_E}+\frac{1}{\eta_{OE} h_E A_E}$$

A área de referência normalmente é a área externa.

$$\frac{1}{U_E}=\frac{A_E}{\eta_{OI} h_I A_I}+\frac{A_E R_{II}}{\eta_{OI} A_I}+\frac{A_E \ln\left(r_E / r_I\right)}{2\pi .L.k}+\frac{R_{IE}}{\eta_{OE}}+\frac{1}{\eta_{OE} h_E}$$

$$\frac{1}{U_E}=\frac{r_E}{\eta_{OI} h_I r_I}+\frac{r_E R_{II}}{\eta_{OI} r_I}+\frac{r_E \ln\left(r_E / r_I\right)}{k}+\frac{R_{IE}}{\eta_{OE}}+\frac{1}{\eta_{OE} h_E}$$

Consideração final

Eventualmente o coeficiente global não será calculado formalmente na resolução de um dado problema de engenharia. É possível o emprego de coeficientes aproximados, baseados em experiência anterior.

Exercício C - Para auto avaliação de seu aprendizado, deduza as expressões do coeficiente global de transferência de calor apresentadas até aqui, com um mínimo de consulta ao texto.

---

[16]*É habituando-nos a desprezar e enfrentar coisas temíveis, que nos tornamos corajosos e é quando nos tornamos corajosos é que somos mais capazes de fazer frente a elas.*

[17]*O prazer ou a dor que sobrevêm aos atos, devem ser tomados como sinais indicativos de nossas disposições morais.*

prof. Paul Fernand Milcent, em 29/09/2007.

As notas de rodapé são algumas poucas idéias extraídas da obra Ética a Nicômaco de Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C). Editora Martin Claret, 2006. Este livro é facilmente adquirido e comercializado num preço bem acessível.

Se dirigir não beba. Se beber, não dirija.

DIFERENÇA DE TEMPERATURA REPRESENTATIVA EM ESCOAMENTOS EM PARALELO OU EM CONTRACORRENTE PUROS.

A diferença de temperatura representativa, entre o fluido quente e o fluido frio, é aquela que torna verdadeira a expressão:

$$q = A.U.\Delta T_M$$

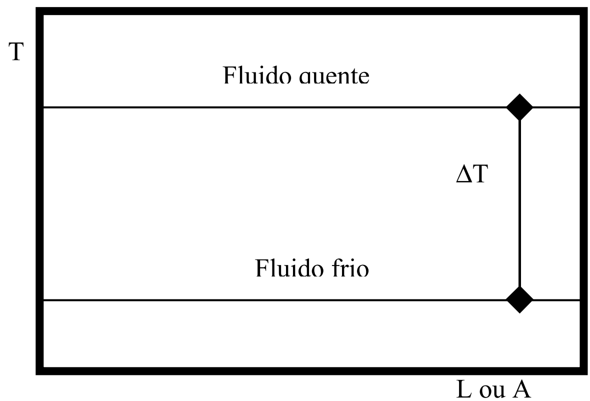
Onde:

ΔT_M = diferença de temperatura representativa

Vejamos a título de esclarecimento, alguns casos específicos:

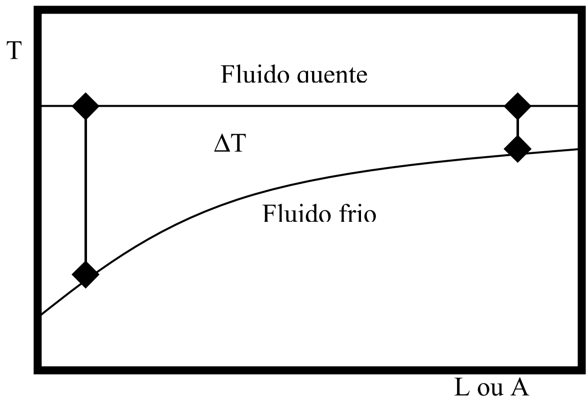
Perfis de temperatura

Podemos estar trabalhando com um trocador de calor que realiza uma operação unitária de evaporação. De um lado da parede está a solução que evapora em temperatura constante. De outro temos o fluido de aquecimento que pode ser vapor saturado condensante. Caso tracemos um gráfico, colocando na ordenada a temperatura e na abcissa o comprimento da superfície de troca, obteremos o seguinte perfil:



[18]*Devemos tornar-nos virtuosos praticando atos virtuosos.*

Neste caso a diferença de temperatura entre o fluido quente e o fluido frio é uma constante. Este valor constante é obviamente a diferença de temperatura representativa.
Consideremos agora um tanque agitado com serpentina, operando em regime contínuo. Dentro do tanque há uma solução quente. Pela serpentina passa o fluido de resfriamento. Se traçarmos o perfil de temperatura, obteremos agora:

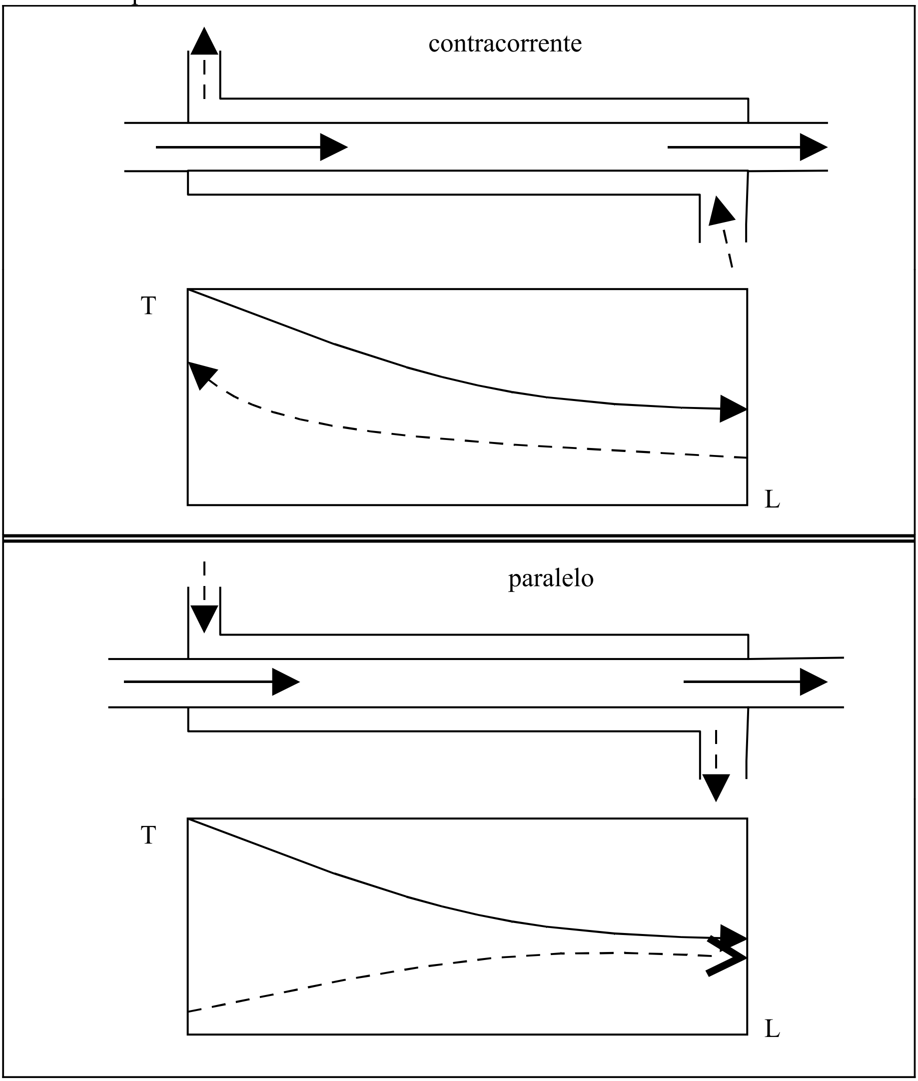


O fluido frio se aquece ao circular pela serpentina. É fácil observar que neste caso a diferença de temperatura entre o fluido quente e o fluido frio não permanece constante. Vários outros casos podem ser observados, onde a diferença de temperatura não permanece constante.

[19] *Como praticamos atos virtuosos, já temos a virtude dentro de nós, pelo menos em potência.*

Perfis de temperatura para escoamento em paralelo e contracorrente puros.

Para contextualizar, representemos junto ao perfil, um esquema de um trocador de calor de duplo tubo.

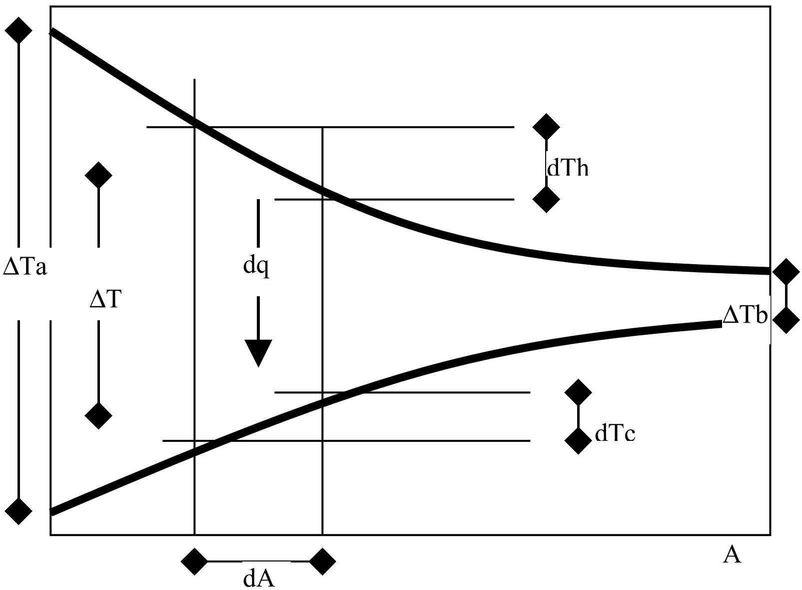


[20]*É pela prática de atos justos que o homem se torna justo.*

Pelo exposto é necessário determinar-se uma diferença de temperatura que represente adequadamente o fenômeno observado. Isto é efetuado através de dedução formal.

Diferença de temperatura representativa para escoamento em paralelo.

A dedução é efetuada com o auxílio dos seguintes esquema e notação:



Onde:

A = área de troca térmica
T = temperatura
q = taxa de transferência de calor (velocidade de transferência de calor)
a e b = extremidades do trocador de calor
1 e 2 = entrada e saída dos fluidos
h e c = indica os fluidos quente e frio

Desta forma, no escoamento em paralelo, os dois fluidos entram pela mesma extremidade. O fluido quente se resfria. O fluido frio recebe calor. A diferença de temperatura entre o fluido quente e o fluido frio vai se reduzindo na medida que se

[21]*É pela prática de atos temperantes que o homem se torna temperante.*

avança do ponto de entrada até o ponto de saída dos fluidos. Num elemento de área *dA* do trocador de calor, ocorre a transferência de uma pequena quantidade de calor *dq*. O fluido quente tem sua temperatura diminuída numa pequena quantidade *dTh.* O fluido frio tem sua temperatura aumentada em *dTc*.
Na dedução a seguir, se considera o trocador de calor perfeitamente isolado. Isto é, o calor cedido pelo fluido quente é totalmente transferido e aproveitado pelo fluido frio; não há perdas. Considera-se também possível o trabalho com uma capacidade calorífica a pressão constante média e um coeficiente global de transferência de calor médio.
A quantidade de calor cedida ou recebida por cada fluido é dada por:

$$dq = -\overset{*}{m}_H \, cp_H dT_H$$

$$dq = \overset{*}{m}_C \, cp_C dT_C$$

Onde:

$\overset{*}{m} =$ vazão mássica (Kg/s)
cp = capacidade calorífica (J/Kg.^{O}C)

Neste ponto podemos definir:

$$C = \overset{*}{m}.cp$$

Onde C pode ser denominado como taxa de capacidade calorífica (W/ºC). Indica a quantidade de calor transferida por grau. Empregando esta definição, as equações acima tomam a forma:

$$dq = -C_H dT_H \quad \text{(equação B)}$$

$$dq = C_C dT_C \quad \text{(equação C)}$$

Mas o calor cedido ou recebido é igual ao calor transferido:

[22] *Sem essa prática ninguém tem sequer a possibilidade de tornar-se bom.*

$$dq = U.dA.\Delta T$$ (equação D)

Onde ΔT é a diferença de temperatura local; numa determinada posição.

$$\Delta T = T_H - T_C$$ (equação A)

Pode-se comprovar que:

$$d(\Delta T) = d(T_H - T_C) = dT_H - dT_C$$

Associando à equação acima, as expressões (B) e (C):

$$d(\Delta T) = -\frac{dq}{C_H} - \frac{dq}{C_C} = -dq\left(\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C}\right)$$

Podemos agora substituir dq pela expressão (D):

$$d(\Delta T) = -U.dA.\Delta T\left(\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C}\right)$$

O nosso desejo no entanto é obter uma equação que nos dê em termos finitos a diferença de temperatura representativa para o caso (escoamento em paralelo) Integremos então a expressão acima, de uma extremidade até a outra.

$$\int_A^B \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U\left(\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C}\right)\int_A^B dA$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = -UA\left(\frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_C}\right)$$ (equação E)

[23] *Porém a maioria das pessoas não procede assim. Refugiam-se na teoria e pensam que estão sendo filósofos e dessa forma se tornarão bons, de certo modo parecendo com enfermos que escutassem atentamente os seus médicos, mas nada fizessem do que estes lhes houvessem prescrito. Assim como a saúde destes últimos não pode restabelecer-se com esse tipo de tratamento, a alma dos primeiros não se tornará melhor com um tal curso de filosofia.*

Mas também em termos finitos, as equações (B) e (C) ficam expressas:

$$q = -C_H\left(T_{H2} - T_{H1}\right)$$

$$q = C_C\left(T_{C2} - T_{C1}\right)$$

Substituindo em (E):

$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = -UA\left(-\frac{T_{H2} - T_{H1}}{q} + \frac{T_{C2} - T_{C1}}{q}\right)$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = \frac{-UA}{q}\left[\left(T_{C2} - T_{H2}\right) + \left(T_{H1} - T_{C1}\right)\right]$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = \frac{UA}{q}\left[\Delta T_B - \Delta T_A\right]$$

Reordenando:

$$q = UA\left[\frac{\Delta T_B - \Delta T_A}{\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right)}\right]$$

Como visto inicialmente, queremos a expressão de uma temperatura representativa tal, que torne verdadeira a expressão:

$$q = A.U.\Delta T_M$$

Por comparação, vemos que neste caso - escoamento em paralelo puro - a expressão é:

---

[24]*Somos chamados bons ou maus por nossas virtudes e vícios.*

$$\Delta T_M = \left[\frac{\Delta T_B - \Delta T_A}{\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right)} \right]$$

O termo em colchetes é uma média logarítmica. Assim esta importante expressão da diferença de temperatura representativa é denominada Diferença de Temperatura Média Logarítmica (DTML). Em inglês a sigla é LMTD (Logarithmic Mean Temperature Difference).
Observação importante: Um ponto no qual os estudantes costumam errar é o computo das diferenças. Observe que ΔT_A e ΔT_B são as diferenças de temperatura entre o fluido quente e o fluido frio nos extremos do trocador de calor.

Exercício D - Comprovar que a DTML também é a diferença de temperatura apropriada para o escoamento em contracorrente puro.

Indicativos para a resolução: A figura é análoga aquela para o escoamento em paralelo.

O que se altera na dedução são alguns sinais. Adotando como positivo o sentido da esquerda para a direita, a equação (C) toma a forma:

$$dq = -C_C dT_C \quad \text{(equação C')}$$

Desta forma d(ΔT) é expresso como:

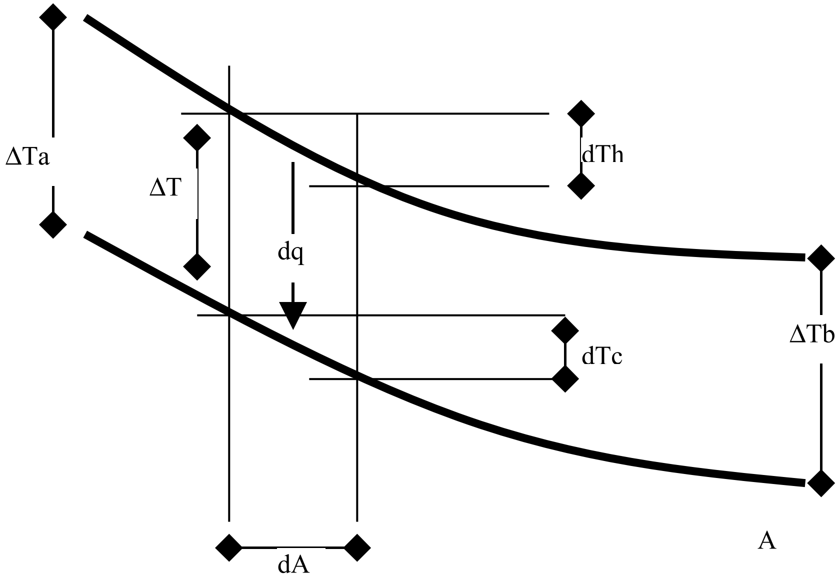
$$d(\Delta T) =$$

$$d(\Delta T) =$$

[25] *Um hom*

censurado *do de*

certa man



Após a integração a equação se torna:

$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = -UA\left(\frac{1}{C_H} - \frac{1}{C_C}\right) \quad \text{(equação E')}$$

Sendo 1 e 2 os sub índices indicativos das extremidades do trocador de calor, em termos finitos, a equação (C') fica expressa:

$$q = -C_C\left(T_{C2} - T_{C1}\right)$$

Substituindo as expressões das taxas de capacidade calorífica em (E'):

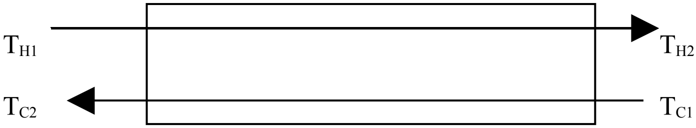
$$\ln\left(\frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}\right) = -UA\left(-\frac{T_{H2} - T_{H1}}{q} + \frac{T_{C2} - T_{C1}}{q}\right)$$

[26]*Para as ações também existe excesso, carência e um meio termo.*

O que leva à mesma expressão da diferença de temperatura representativa (DTML).

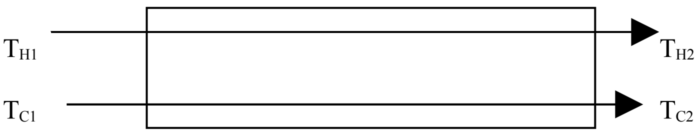
Considerações adicionais

Se convencionarmos os sub índices 1 e 2 como indicativos das condições de entrada e saída das correntes teremos, para escoamento em contracorrente:



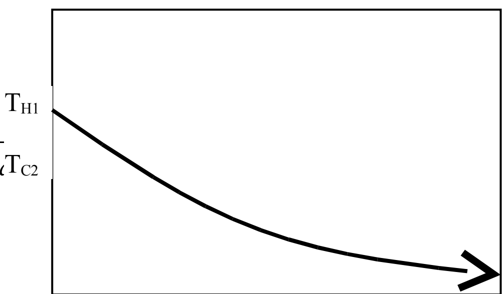
Neste caso, $\Delta T_A = T_{H1} - T_{C2}$ e $\Delta T_B = T_{H2} - T_{C1}$

Já para escoamento em paralelo:

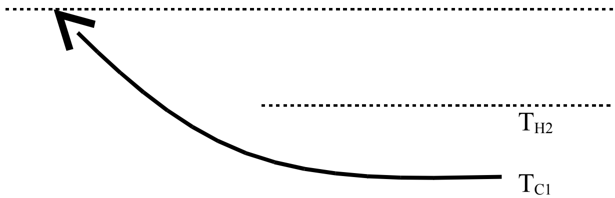


Agora, $\Delta T_A = T_{H1} - T_{C1}$ e $\Delta T_B = T_{H2} - T_{C2}$

O escoamento em contracorrente fornece a máxima diferença de temperatura representativa para a transferência de calor. Para as mesmas temperaturas de entrada e saída, a diferença de temperatura representativa para escoamento em contracorrente é maior que aquela para escoamento em paralelo.
No escoamento em paralelo, as temperaturas de saída teoricamente se igualam com um comprimento infinito do trocador de calor.
No escoamento em contracorrente, a temperatura de saída do fluido frio pode ser maior que a temperatura de saída do fluido quente, como ilustramos abaixo:



[27]*Em essência (*



No entanto as linhas indicativas das temperaturas nunca podem se cruzar. Isto significaria que o fluido quente passaria a ser o fluido frio no interior do trocador de calor e vice versa.
As linhas indicativas das temperaturas são côncavas ou convexas caso a taxa de capacidade calorífica do fluido quente seja maior ou menor que a taxa de capacidade calorífica do fluido frio.

Exercício E - Um fluido quente entra em um trocador de calor a 80ºC e sai a 60ºC. O fluido frio entra a 35ºC e sai a 50ºC. Determine a diferença de temperatura representativa para: (a) Escoamento em paralelo.(Resp. 23,3ºC) (b) Escoamento em contracorrente.(Resp. 27,4ºC)
Com o exemplo acima você observou que a diferença de temperatura representativa em escoamento em contracorrente é maior que a diferença de temperatura representativa no escoamento em paralelo, desde que as temperaturas de entrada e saída permaneçam as mesmas. Caso as demais variáveis igualmente não se alterem, a área de troca térmica de um trocador de calor em contracorrente será menor que aquela de um trocador de calor com escoamento em paralelo.

Casos especiais

Se a temperatura de apenas um dos fluidos for variável e a do segundo fluido permanecer constante, pode-se empregar a diferença de temperatura média logarítmica ou mesmo a diferença de temperatura média aritmética.
Caso as taxas de capacidade calorífica dos fluidos sejam iguais:

$$C_C = C_H$$

Sempre valerão as expressões: $q = C_C \Delta T_C \quad q = C_H \Delta T_H$

[28]*As pessoas que estão nos extremos, tendem a julgar que estão no meio termo.*

Considerando que o calor cedido pelo fluido quente é igual ao calor recebido pelo fluido frio e substituindo temos:

$$\frac{q}{\Delta T_C} = \frac{q}{\Delta T_H} \qquad \Delta T_C = \Delta T_H$$

De modo que neste caso as diferenças de temperatura extremas são iguais. Esta será a diferença de temperatura representativa.

$$\Delta T_A = \Delta T_B = \Delta T_M$$

Observe que a tentativa de usar a expressão da DTML neste caso resultará em indeterminação.

$$\ln {}^{\Delta T_A}\!/_{\Delta T_B} = \ln 1 = 0 \qquad \Delta T_{DTML} = \infty$$

prof. Paul Fernand Milcent, em 03/10/2007.

As notas de rodapé são algumas poucas idéias extraídas da obra Ética a Nicômaco de Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C). Editora Martin Claret, 2006. Este livro é facilmente adquirido e comercializado num preço bem acessível.

Se dirigir não beba. Se beber, não dirija.

[29] *Se as virtudes residem em potência no ser humano, igualmente os vícios.*